

平成 29 年度 九州大学大学院 工学府

地球環境工学専攻群(建設都市系)

修士課程入学試験 問題冊子

数学

注意事項

1. 「始め」の合図があるまでは、試験問題冊子の中身を見てはいけません。
2. 試験問題は【問題 1】から【問題 4】の計 4 問です。試験問題冊子は、8 ページ目まであります。
3. すべての問題を解答してください。
4. 机の上に置ける物は、時計（携帯電話は不可）、シャープペンシル（鉛筆でも可）、消しゴム、受験票だけです。これら以外のものを机の上に置きたい場合は試験監督者の許可を得てください。許可無く机の上に置いた場合は、不正行為と見なし、退出を命じます。
5. 試験時間中は携帯電話は教卓で預かり、保管しますので、必ず今の段階で提出して下さい。
6. 試験問題冊子のホッチキスをはずしてはいけません。
7. 「始め」の合図があったら、ただちにページの不足および印刷の不鮮明なところが無いことを確かめてください。もしあったら取り替えますから、手を挙げて申し出てください。
8. 試験時間中に問題冊子表紙上方の指定の欄に受験番号と氏名を記入してください。
9. 「解答止め」の合図があったら、ただちに解答の作成を止め、試験問題冊子および解答冊子を回収するまでそのまま待っていてください。

【問題 1】 次の微分積分に関する次の設問に答えよ。(15 点)

(1) 次の関数を微分しなさい。 $y = x^{2x}$ ($x > 0$)

(2) 次の不定積分を求めなさい。 $F(x) = \int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx$

(3) 次の定積分の値を求めなさい。 $I = \int_1^{\infty} \frac{1}{x(x+1)} dx$

【問題 2】 以下の常微分方程式の一般解を求めなさい。(30 点)

(1) $\frac{dy}{dx} + 2y = e^x$

(2) $\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + y = \cos^2 x$

計算用紙（問題冊子からはずさないこと）

【問題 3】 以下の手順に従い、 $5x^2 + 2\sqrt{3}xy + 3y^2 - 4x - 17 = 0$ の概形をグラフに作図せよ。
(30 点)

(1) $\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}$ とし、与式を $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{b}^T \mathbf{x} - 17 = 0$ (上添え字 T はベクトルの転置を示す) と表記することにする。

このときの 2 行×2 列の対称行列 \mathbf{A} と 2 次元ベクトル \mathbf{b} の値を示せ。

(2) 行列 \mathbf{A} の固有値を求め、行列 \mathbf{A} を対角化せよ。

(3) 行列 \mathbf{A} の正規化固有ベクトルを使った直交行列 \mathbf{P} を使えば、 $\mathbf{A}' = \mathbf{P}^T \mathbf{A} \mathbf{P}$ としても行列は対角化できる(上添え字 T は転置行列を示す)。直交行列 \mathbf{P} を示せ。(行列 \mathbf{A} の正規化した固有ベクトルを示せ。) この際、行列 \mathbf{P} は固有ベクトルを列に並べた行列であるが、固有値の大きい順に並べること。

(4) (3)で求めた直交行列 \mathbf{P} を使い、与式を座標変換する $\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \mathbf{P} \begin{Bmatrix} x' \\ y' \end{Bmatrix}$ と、座標変換後の x', y' に関する 2 次曲線は楕円になる。この楕円の方程式を (x', y' の関数として) 示せ。

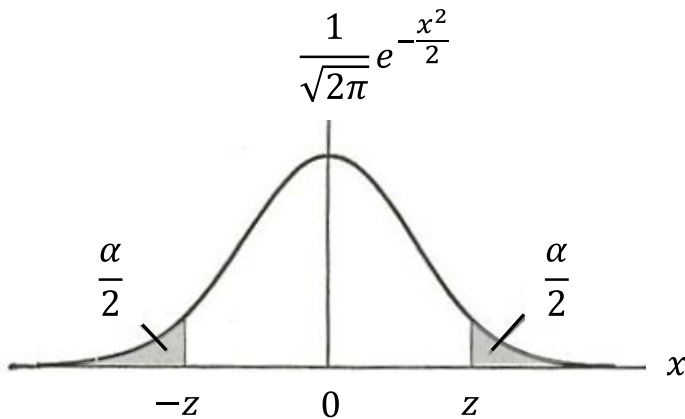
(5) (4)までの結果を利用し、与式の概形を以下のグラフに作図せよ。(楕円の中心・楕円の長軸・短軸の長さなど、特徴的な寸法もグラフ上に示すこと。)

計算用紙（問題冊子からはずさないこと）

【問題 4】 A 工場で製造されるコンクリート二次製品の仕様書には、圧縮強度の平均値は 40N/mm^2 、標準偏差は 3N/mm^2 と記載されている。A 工場で製造されるコンクリート二次製品の圧縮強度は正規分布に従うとする。次の問に答えよ。(25 点)

- (1) A 工場で製造されたコンクリート二次製品を 9 個無作為に購入して圧縮強度を調べたところ、標本平均は 37.5N/mm^2 であった。そこで、A 工場のコンクリート二次製品の圧縮強度は、仕様書に記載されている 40N/mm^2 よりも小さいのではないかと考え、検定を行う。帰無仮説 H_0 を「 H_0 : A 工場で製造されるコンクリート二次製品の圧縮強度の平均値は 40N/mm^2 である ($\mu=40$)」とするとき、対立仮説 H_1 を設定せよ。ただし、片側検定とする。
- (2) 上記仮説を危険率 1% で検定せよ。附表を使ってよい。

附表



附表 陰影部の面積の和が α となる z の値

α	z
0.01	2.576
0.02	2.326
0.05	1.960
0.10	1.645
0.20	1.282

計算用紙（問題冊子からはずさないこと）

問 題 冊 子
裏 面