

平成 28 年度 九州大学大学院 工学府

地球環境工学専攻群(建設都市系)

修士課程入学試験問題冊子

数学

注意事項

1. 「始め」の合図があるまでは、試験問題冊子の中身を見てはいけません。
2. 試験問題は【問題 1】から【問題 7】の計 7 問です。試験問題冊子は、7 ページ目まであります。
3. すべての問題を解答してください。
4. 机の上に置ける物は、時計（携帯電話は不可）、シャープペンシル（鉛筆でも可）、消しゴム、受験票だけです。これら以外のものを机の上に置きたい場合は試験監督者の許可を得てください。許可無く机の上に置いた場合は、不正行為と見なし、退出を命じます。
5. 試験時間中は携帯電話は教卓で預かり、保管しますので、必ず今の段階で提出して下さい。
6. 試験問題冊子のホッチキスをはずしてはいけません。
7. 「始め」の合図があったら、ただちにページの不足および印刷の不鮮明なところが無いことを確かめてください。もしあったら取り替えますから、手を挙げて申し出てください。
8. 試験時間中に問題冊子表紙上方の指定の欄に受験番号と氏名を記入してください。
9. 「解答止め」の合図があったら、ただちに解答の作成を止め、試験問題冊子および解答冊子を回収するまでそのまま待っていてください。

【問題 1】 次の関数を微分せよ。(20 点)

(1) $y = x^{\tan^{-1}x} \quad (x > 0)$

(2) $y = \frac{1}{\cos^{-1}x^2}$

【問題 2】 以下の曲線に対して区間 $-\sqrt{3} \leq t \leq \sqrt{3}$ で囲まれる図形の面積を求めよ。(10 点)

$$\begin{cases} x = 3t^2 \\ y = t^3 - 3t \end{cases}$$

【問題 3】 以下の問いに答えよ。なお、 y, u, P, Q, R, A, B は x に関する 1 変数関数とする。(20 点)

(1) 微分方程式 $\frac{dy}{dx} + P(x) + Q(x)y + R(x)y^2 = 0$ ただし $R(x) \neq 0$ は、 $y = \frac{1}{R(x)u} \frac{du}{dx}$ なる変換で

u に関する 2 階線形微分方程式 $(\frac{d^2u}{dx^2} + A(x)\frac{du}{dx} + B(x)u = 0)$ となる。このとき、 $A(x), B(x)$ を P, Q, R の中から必要なものを用いて表せ。

(2) 小問(1)の結果を踏まえ、次の微分方程式の解で、 $x=0$ において、 $y=3$ になる y を求めなさい。
 e は自然対数の底とする。

$$\frac{dy}{dx} + 4e^{2x} - 7y + e^{-2x}y^2 = 0$$

余白(計算に使用しても良い)

【問題 4】 次の 3 つのベクトルを用いて以下の式の値を求めよ。ベクトルかスカラーかもわかるように答えよ。
 なお、ベクトルの内積, 外積はそれぞれ次の記号「 \cdot », 「 \times 」を用いることとする。(10 点)

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

(1) $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$

(2) $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$

【問題 5】 3 行 3 列の行列 $[\mathbf{A}]$ と行列 $[\mathbf{P}]$ を次のように設定する。以下の手順にて, 行列 $[\mathbf{A}]$ の n 乗した結果 $[\mathbf{A}]^n$ を求めよ。(20 点)

$$[\mathbf{A}] = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 3 \\ -4 & -1 & -5 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{P}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

(1) 上記 2 つの行列の行列式(デターミナント) $\det[\mathbf{A}]$, $\det[\mathbf{P}]$ を求めよ。

(2) 行列 $[\mathbf{P}]$ の逆行列 $[\mathbf{P}]^{-1}$ を求めよ。

(3) 上記の逆行列を使い次の行列 $[\mathbf{J}]$ の値を求めよ。 $[\mathbf{J}] = [\mathbf{P}]^{-1}[\mathbf{A}][\mathbf{P}]$

(4) 行列 $[\mathbf{J}]$ を n 乗した行列 $[\mathbf{J}]^n$ が与えられたものとする。 $[\mathbf{A}]^n$ を行列 $[\mathbf{J}]^n$, $[\mathbf{P}]^{-1}$, $[\mathbf{P}]$ と n を用いて表せ。

(注: 必要ない項は使わなくてもよい。)

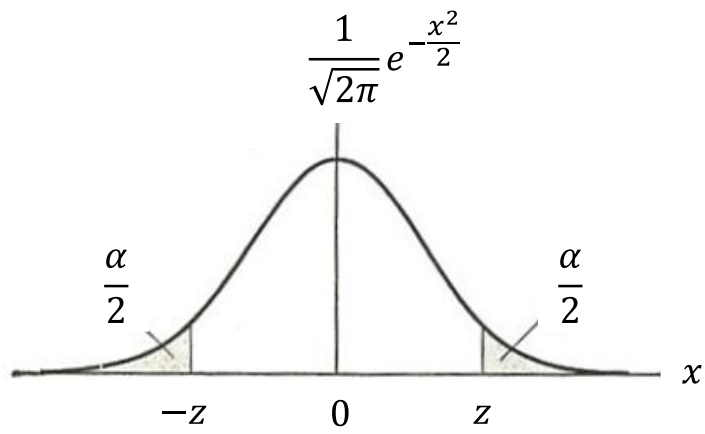
余白(計算に使用しても良い)

【問題 6】 2つの箱があり、それぞれの箱にはくじが 10 枚ずつ入っている。片方の箱には、はずれのくじ 9 枚と当たりのくじが 1 枚、もう一方の箱には当たりのくじ 9 枚とはずれのくじ 1 枚が入っている。今、箱の中身を知らない人が任意に箱を選び、1 枚のくじを取り出したところ、はずれであった。そのはずれくじを取り出した箱に戻し、もう一度同じ箱からくじを取り出した。1 回目にひいたくじがはずれであったという条件のもとで、2 回目に引いたくじが再びはずれである条件付確率を求めよ。(10 点)

【問題 7】 あるコインを 900 回投げて表と裏の回数を調べたところ、500 回表がでた。このコインは表がでやすいといえるか検定したい。以下の問いに答えよ。なお、試行回数 n ($n=900$) は十分大きいと見なせるものとする。(10 点)

(1) コインの表がでる確率を p とし、帰無仮説を「 H_0 :このコインはまともである($p=1/2$)」とするとき、対立仮説 H_1 を立てよ。ただし、片側検定とする。

(2) 上記仮説を危険率 5% で検定せよ。ただし附表を使ってよい。



附表 陰影部の面積の和が α となる z の値

α	z
0.01	2.576
0.02	2.326
0.05	1.960
0.10	1.645
0.20	1.282

問題冊子裏面