

平成 27 年度 九州大学大学院 工学府

地球環境工学専攻群(建設都市系)

修士課程入学試験問題冊子

数学

注意事項

1. 「始め」の合図があるまでは、試験問題冊子の中身を見てはいけません。
2. 試験問題は【問題 1】から【問題 7】の計 7 問です。試験問題冊子は、7 ページ目まであります。
3. すべての問題を解答してください。
4. 机の上に置ける物は、時計（携帯電話は不可）、シャープペンシル（鉛筆でも可）、消しゴム、受験票だけです。これら以外のものを机の上に置きたい場合は試験監督者の許可を得てください。許可無く机の上に置いた場合は、不正行為と見なし、退出を命じます。
5. 試験時間中は携帯電話は教卓で預かり、保管しますので、必ず今の段階で提出して下さい。
6. 試験問題冊子のホッチキスはずしてはいけません。
7. 「始め」の合図があったら、ただちにページの不足および印刷の不鮮明なところが無いことを確かめてください。もしあったら取り替えますから、手を挙げて申し出てください。
8. 試験時間中に問題冊子表紙上方の指定の欄に受験番号と氏名を記入してください。
9. 「解答止め」の合図があったら、ただちに解答の作成を止め、試験問題冊子および解答冊子を回収するまでそのまま待っていてください。

【問題 1】 次の関数の 1 階および 2 階の導関数を求めよ。(8 点)

$$y = (1+x^2)\tan^{-1} x$$

【問題 2】 関数 $y = x(1 - \log_e x)$ ($x > 0$) において、以下の問に答えよ。なお、 e は自然対数の底である。(12 点)

(1) 極値を求めて、グラフの概形を描け。

(2) この関数と x 軸と $x = c$ とで囲まれる図形 ($0 < c < e$) の面積 $S(c) = \int_c^e y \, dx$ を求めよ。

【問題 3】 下記の微分方程式を、与えられた境界条件 (B.C. と記す) の下で解け。なお y は x の 1 変数関数とする。(10 点)

(1) $\frac{dy}{dx} + 2y = x$ (B.C. $x = 0$ で $y = 1$)

(2) $\frac{d^2y}{dx^2} + 8\frac{dy}{dx} + 16y = 0$ (B.C. $x = 0$ で $y = 1$, $\frac{dy}{dx} = -5$)

余白（計算に使用しても良い）

【問題 4】 1次元波動方程式 $\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}$ (c は正の定数, $t \geq 0$, $0 \leq x \leq L$)がある。以下の問いに答えよ。(10点)

- (1) 変数分離法を用い, $u(x,t) = X(x)T(t)$ とおくことにより, 2つの常微分方程式を導き出せ。
- (2) 境界条件として $u(0,t) = u(L,t) = 0$ が与えられているとき, $u(x,t)$ の一般解を求めよ。ただし, 恒等的に $u(x,t) = 0$ となるような解は除いて考えよ。

【問題 5】 行列 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & a \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ に関して, 以下の問題に答えよ。(30点)

- (1) 行列 \mathbf{A} が特異行列になるときの a の値を求めよ。
- (2) $a = 2$ としたとき, 行列 \mathbf{A} の固有値 λ_1, λ_2 の値を求めよ。ただし $\lambda_1 > \lambda_2$ とする。また, 固有値 λ_1, λ_2 に対する固有ベクトル $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$ を求めよ。ただし, 固有ベクトルは正規化した値を解答すること。
- (3) 小問(2)の結果を用い, $a = 2$ のときの \mathbf{A}^n (行列 \mathbf{A} の n 乗) を求めよ。

余白（計算に使用しても良い）

【問題 6】 確率変数 X の確率密度関数 $f(x)$ は,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1-x^2) & (-1 \leq x \leq 1) \\ 0 & (x < -1, 1 < x) \end{cases}$$

で与えられた確率分布に従うものとする。このとき、以下の問いに答えよ。(16 点)

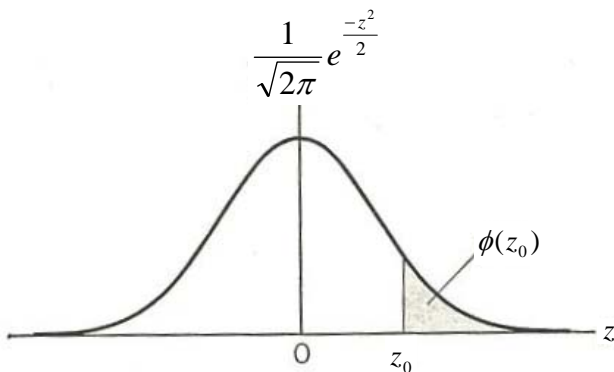
- (1) X の期待値を求めよ。
- (2) X の分散を求めよ。

【問題 7】 ある工場に設置された集じん装置で集められた集じん灰を無作為に採取し、9 つの標本を得た。各標本中の鉛の含有量を測定した結果、標本平均 $\bar{X} = 10$ であった。この工場で採取された集じん灰の鉛濃度が正規分布 $N(\mu, 16)$ に従うことが分かっているとき、母平均 μ の 95% 信頼区間を求めよ。解答に際して、標準正規分布表 (上側確率) および付随する図を参照してよい。(14 点)

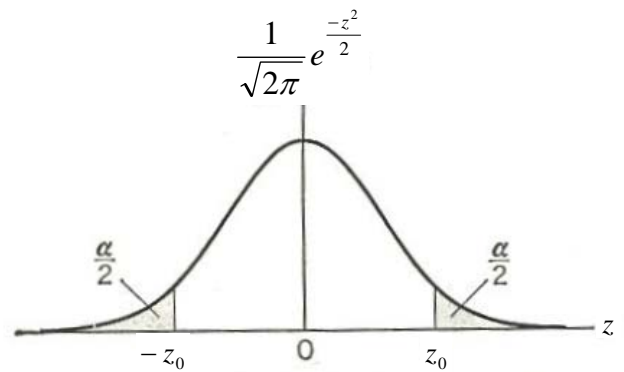
標準正規分布表（上側確率）

Z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
3.5	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002

この表は、標準正規分布において、標準得点 Z がある値 Z_0 をとるときの上側確率 $\Pr\{Z \geq Z_0\} = \phi(Z_0)$ を求めるための表である。例えば、 $Z_0 = 2.15$ のとき、左端に 2.1 と書かれている行を右にたどり、1 行目に 0.05 と書かれている列の数値 0.0158 が求める値である。



陰影部の面積が $\phi(z_0)$ の値である



陰影部の面積の和が α となる z_0 の値

α	
0.01	2.576
0.02	2.326
0.05	1.960
0.10	1.645
0.20	1.282

問題冊子裏面