

受験番号

氏名

平成26年度 九州大学大学院 工学府

地球環境工学専攻群(建設都市系)

修士課程入学試験問題冊子

数学

注意事項

1. 「始め」の合図があるまでは、試験問題冊子の中身を見てはいけません。
2. 試験問題は【問題 1】から【問題 7】の計 7 問です。試験問題冊子は、7 ページ目まであります。
3. すべての問題を解答してください。
4. 机の上に置ける物は、時計（携帯電話は不可）、シャープペンシル（鉛筆でも可）、消しゴム、受験票だけです。これら以外のものを机の上に置きたい場合は試験監督者の許可を得てください。許可無く机の上に置いた場合は、不正行為と見なし、退出を命じます。
5. 試験時間中は携帯電話は教卓で預かり、保管しますので、必ず今の段階で提出して下さい。
6. 試験問題冊子のホッチキスをはずしてはいけません。
7. 「始め」の合図があったら、ただちにページの不足および印刷の不鮮明なところが無いことを確かめてください。もしあったら取り替えますから、手を挙げて申し出てください。
8. 試験時間中に問題冊子表紙上方の指定の欄に受験番号と氏名を記入してください。
9. 「解答止め」の合図があったら、ただちに解答の作成を止め、試験問題冊子および解答冊子を回収するまでそのまま待っていてください。

【問題 1】 次の積分値を求めよ。(20 点)

(1) $\int_0^{2\pi} e^x \cos 2x \, dx$

(2) $\iint_D e^{-x^2-y^2} \, dx dy$ ただし、積分領域 D は、 $x^2 + y^2 \leq a^2$ (a は正の実数) とする。

(3) 小問(2)の積分領域 D を 2 次元平面全体へと変更した場合の積分値を求めよ。
(ただし、被積分関数はそのままとする。)

【問題 2】 以下の常微分方程式の一般解を求めよ。ただし、 $u(t)$ 、 $r(t)$ は t の関数、 a は正の定数とする。(16 点)

(1) $\frac{du(t)}{dt} = r(t) - au(t)$

(2) $\frac{d^2u(t)}{dt^2} - 6\frac{du(t)}{dt} + 9u(t) = 0$

【問題 3】 以下の偏微分方程式の一般解を求めよ。ただし、 $u(x, y)$ は x 、 y の関数、 c は定数とする。(10 点)

(1) $\frac{\partial u(x, y)}{\partial x} = c$

(2) $\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x \partial y} = 0$

余白（計算に使用しても良い）

【問題 4】以下の問いに答えよ。(24 点)

- (1) 2次元座標を考え、 x 軸(横軸)を実数軸、 y 軸(縦軸)を虚数軸と見なし、複素数を2次元平面上で表現する複素平面を考える。すなわち、ある複素数 $z = a + bi$ (a, b は実数、 i は虚数単位で $i = \sqrt{-1}$) は複素平面上では $(x, y) = (a, b)$ の位置に存在する。複素平面上の点 $P(a, b)$ が原点 O を中心に反時計回りに θ ($0 \leq \theta < 2\pi$) だけ回転したときの点を点 Q とする。点 Q の座標が (a', b') であるとき、 $\begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ を満たす、2行2列の行列 \mathbf{A} を求めよ。
- (2) 小問(1)で求めた行列 \mathbf{A} に対して、 \mathbf{A}^n (行列 \mathbf{A} の n 乗、 n は正の整数) を求めよ。
- (3) 複素平面上の点 $R(\alpha, \beta)$ と原点 O までの距離が1であり、また、点 R は x 軸上の点 $S(1, 0)$ が原点 O を中心に反時計回りに ω ($0 \leq \omega < 2\pi$) だけ回転した点であるとする。小問(1)の結果を用いて、点 $R(\alpha, \beta)$ の α および β を、 ω を用いて表せ。
- (4) 複素平面において点 $R(\alpha, \beta)$ に位置する複素数は $z = \alpha + \beta i$ である。 $z^3 = -1$ を満たす複素数 z をすべて求めなさい。なお、 $z^3 = -1$ を満たす複素数 z を複素平面上で表した点と原点 O までの距離は常に1であることは自明とする。

余白（計算に使用しても良い）

【問題 5】 確率変数 X の確率密度関数 $f(x)$ が下記の通り与えられるものとする。以下の間に答えよ。ただし、 a は定数である。(15 点)

$$f(x) = \begin{cases} ax(1-x) & (0 \leq x \leq 1) \\ 0 & (x < 0, 1 < x) \end{cases}$$

(1) 定数 a を求めよ。

(2) X の期待値を求めよ。

(3) X の分散を求めよ。

【問題 6】 ある湖において、ワカサギの雌雄比は 1 : 1 であるとする。この湖のワカサギを捕まえては逃がすという作業を行い、10 匹のワカサギの性別を調べたとき、5 匹がオスである確率を求めよ。(7 点)

【問題 7】 ある水処理施設の排水口において、排水中の浮遊物質濃度の値は、平均 190mg/L、標準偏差 50mg/L の確率分布に従うことが分かっている。今、排水口から排水を 100 回サンプリングして浮遊物質濃度を測定し、標本平均を計算するという作業を何度も繰り返した。浮遊物質濃度の排水基準が 200mg/L であるとき、標本平均が排水基準を超える確率を求めよ。次ページの標準正規分布表（上側確率）を使ってもよい。(8 点)

標準正規分布表（上側確率）

Z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
3.5	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002

この表は、標準正規分布において、標準得点 Z がある値 Z_0 をとるときの上側確率 $\Pr\{Z \geq Z_0\}$ を求めるための表である。
 例えば、 $Z_0 = 2.15$ のとき、左端に 2.1 と書かれている行を右にたどり、1 行目に 0.05 と書かれている列の数値 0.0158 が求める値である。

問題冊子裏面