

平成 24 年度 九州大学大学院 工学府

地球環境工学専攻群(建設都市系)

修士課程入学試験問題冊子

数学

注意事項

1. 試験問題は【問題 1】から【問題 6】の計 6 問です。試験問題冊子は、全部で 8 ページです。
2. すべての問題を解答してください。
3. 机の上に置ける物は、時計(携帯電話は不可)、シャープペンシル(鉛筆でも可)、消しゴム、受験票だけです。これら以外のものを机の上に置きたい場合は試験監督者の許可を得てください。許可無く机の上に置いた場合は、不正行為と見なし、退出を命じます。
4. 携帯電話は必ず電源を切って、鞆の中などにしまってください。
5. 試験問題冊子のホッチキスをはずしてはいけません。
6. 「始め」の合図があるまでは、試験問題冊子の中身を見てはいけません。
7. 「始め」の合図があったら、ただちにページの不足および印刷の不鮮明なところが無いことを確かめてください。もしあったら取り替えますから、手を挙げて申し出てください。
8. 試験時間中に問題冊子表紙上方の指定の欄に受験番号と氏名を記入してください。
9. 「解答止め」の合図があったら、ただちに解答の作成を止め、試験問題冊子および解答冊子を回収するまでそのまま待っててください。

【問題1】 以下の2重積分の値を求めなさい。(16点)

(1) $\iint_D (x+y)^2 dx dy$

ただし、積分領域 D は、 $x \geq 0, x+y \leq a, x-y \leq a$ とする。

(2) $\iint_D x^y dx dy$

ただし、積分領域 D は、 $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2a$ とする。

【問題2】 以下の問いに答えなさい。(15点)

質量 m ($m > 0$) の物体を空中で静かに手を離し、落下運動をさせた。物体が速度の2乗に比例する空気の抵抗を受けながら落下するとしたとき、時刻 t での物体の速度 (v) を求めなさい。解答は $v = \dots$ の式の形で解答すること。物体の速度は鉛直下向きを正とし、重力加速度は鉛直下向きに g ($g > 0$)、空気の抵抗係数 k ($k > 0$) は、 $k = mg$ とする。時刻 $t = 0$ は、物体を空中で静かに手を離れた瞬間とする。なお、物体の速度を求める方程式は、下記の通り表される。

$$m \frac{dv}{dt} = mg - kv^2 = mg - mgv^2$$

余白(計算に使用しても良い)

【問題 3】 以下の問いに答えなさい。(20 点)

(1) 次の(a)および(b)の行列式を求めなさい。

$$(a) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 5 \\ 4 & 2 & 3 \end{vmatrix} \quad (b) \begin{vmatrix} x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x \end{vmatrix}$$

(2) 次の行列に関する(a)および(b)の問いに答えなさい。

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} p \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(a) 行列 \mathbf{A} の rank (階数) を求めなさい。

(b) 連立方程式 $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ が解を持つように p の値を定め、その時の解を求めなさい。

【問題 4】 3次元空間において、2次式 $4x^2 + y^2 + 4z^2 + 2xz = 1$ で表される曲面はどのような図形になるか、以下の手順に従って求めなさい。(15 点)

(1) $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ とするとき、2次式が ${}^t\mathbf{x}\mathbf{A}\mathbf{x} = 1$ と等しくなるよう、対称行列 \mathbf{A} を求めなさい。ただし、 ${}^t\mathbf{x}$ は転置行列を表す。

(2) 行列 \mathbf{A} の固有値および固有ベクトル(長さが 1 のもの)を求めなさい。

(3) ある軸まわりの回転を表すように直交行列 \mathbf{P} を定め、行列 \mathbf{P} により行列 \mathbf{A} を対角化し、この 2 次式がどのような図形を表しているか、説明しなさい。

余白(計算に使用しても良い)

【問題 5】 確率密度 $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}(1-x^2) & (-1 \leq x \leq 1) \\ 0 & (x < -1, 1 < x) \end{cases}$ で与えられた確率分布について、以下の問いに答えなさい。(14 点)

(1) 期待値 μ を求めよ。

(2) 分散 σ^2 を求めよ。

【問題 6】 3 人のうち 2 人が感染するという非常に感染力の強い病気がある。対策として、予防薬 A と予防薬 B の 2 種類の予防薬が開発された。あるとき、その病気が大流行したが、事前に予防薬 A を投与された 3 人は、3 人とも病気に感染しなかった。予防薬 B を投与された 4 人については、4 人のうち 1 人だけが病気に感染した。予防薬 A および B の感染防止効果に関して、以下の問いに答えよ。

なお、薬を飲んでいない人が n 人いるとき、そのうち x 人が病気に感染する確率は二項分布に従うものとし、病気の感染確率や、予防薬 A、B の感染防止効果について個人差は無いものとする。(20 点)

(1) 予防薬 A に感染防止効果がないとする仮説が否定される確率を求めよ。

(2) 予防薬 B に感染防止効果がないとする仮説が否定される確率を求めよ。

余白(計算に使用しても良い)

問題冊子裏面